Math93.com
MathExams.fr

Baccalauréat 2014

Série S - Spécialité
Pondichéry - Mardi 8 Avril 2014
Correction

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité maths

Exercice 1. Loi de probabilité — 4 points

Commun à tous les candidats
Tout sera arrondi au centième.

1. La durée de vie, exprimée en années, d'un moteur pour automatiser un portail fabriqué par une entreprise A est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ, où λ est un réel strictement positif. On sait que $P(X \leqslant 2) = 0,15$.

Déterminons la valeur exacte du réel λ.
Puisque X suit une loi exponentielle de paramètre λ, pour tout réel b on a :

$$P(X \leqslant b) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda b}$$

soit pour $b = 2$

$$P(X \leqslant 2) = 1 - \mathrm{e}^{-2\lambda}$$

or $P(X \leqslant 2) = 0,15$ donc

$$0,15 = 1 - \mathrm{e}^{-2\lambda}$$
$$\mathrm{e}^{-2\lambda} = 0,85$$

soit

$$-2\lambda = \ln 0,85$$

On en déduite que

$$\boxed{\lambda = -\frac{\ln 0,85}{2} \approx 0,081}$$

2. Dans la suite de l'exercice on prendra **$0,081$ pour valeur de λ**.

2. a. Déterminer $P(X \geq 3)$.
Puisque X suit une loi exponentielle de paramètre λ, pour tout réel b on a :

$$P(X \geq a) = \mathrm{e}^{-\lambda a}$$

soit pour $a = 3$ et $\lambda = 0,081$

$$P(X \geq 3) = \mathrm{e}^{-3\times 0,081}$$

On en déduite que

$$\boxed{P(X \geq 3) \approx 0,78}$$

2. b. Montrons que pour tous réels positifs t et h, $P_{X\geqslant t}(X \geqslant t+h) = P(X \geqslant h)$.

Soit A l'évènement « $X \geqslant t+h$ » et B l'évènement « $X \geqslant t$ ». On a de façon évidente

$$A \subset B \text{ et donc } A \cap B = A$$

De ce fait pour tous réels positifs t et h :

$$\begin{aligned} P_{x\geqslant t}(X \geqslant t+h) &= P_B(A) \\ &= \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \\ &= \frac{P(A)}{P(B)} \\ &= \frac{P(X\geqslant t+h)}{P(X\geqslant t)} \\ &= \frac{\mathrm{e}^{-\lambda(t+h)}}{\mathrm{e}^{-\lambda t}} \\ &= \frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}\times \mathrm{e}^{-\lambda h}}{\mathrm{e}^{-\lambda t}} \\ &= \mathrm{e}^{-\lambda h} \\ &= P(X\geq h) \end{aligned}$$

soit

$$\boxed{P_{X\geqslant t}(X\geqslant t+h) = P(X\geqslant h)}$$

2. c. Le moteur a déjà fonctionné durant 3 ans. Quelle est la probabilité pour qu'il fonctionne encore 2 ans ?

En notant B l'évènement « Le moteur a déjà fonctionné durant 3 ans » et A l'évènement « Le moteur fonctionne durant 2 ans de plus » on a $B = (X \geq 3)$ et $A = (X \geq 3+2)$. De ce fait, la probabilité cherchée correspond à :

$$P_B(A) = P_{X\geqslant 3}(X\geqslant 3+2)$$

d'après la question 2b on obtient alors

$$\begin{aligned} P_B(A) &= P(X\geq 2) \\ &= \mathrm{e}^{-2\times 0,081} \\ P_B(A) &\approx 0,85 \end{aligned}$$

Le moteur ayant fonctionné durant 3 ans, **la probabilité pour qu'il fonctionne encore 2 ans est donc de 0,85** (arrondie au centième).

2. d. L'espérance de la variable aléatoire X est

$$\boxed{E(X) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,081} \approx 12,35}$$

ce qui donne la **durée de vie moyenne, en année**, d'un moteur fabriqué par l'entreprise A.

3. Dans la suite de cet exercice, on donnera des valeurs arrondies des résultats à 10^{-3}

- L'entreprise A annonce que le pourcentage de moteurs défectueux dans la production est égal à $\boldsymbol{p = 1\%}$.
- Afin de vérifier cette affirmation $\boldsymbol{n = 800}$ moteurs sont prélevés au hasard.
- On constate que 15 moteurs sont détectés défectueux donc la fréquence observée est $\boldsymbol{f = \dfrac{15}{800} = 0,01875 = 1,875\%}$.

On va regarder si la fréquence observée appartient à l'intervalle de fluctuation asymptotique. Si c'est le cas, on considérera que l'entreprise a raison au seuil de 95%

Théorème 1 (Intervalle de fluctuation asymptotique)

Si les conditions suivantes sont remplies : $\begin{cases} \checkmark & n \geq 30 \\ \checkmark & np \geq 5 \\ \checkmark & n(1-p) \geq 5 \end{cases}$

Alors un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de confiance de 95% de la fréquence F_n d'un caractère dans un échantillon de taille n est :

$$I_n = \left[p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\ ;\ p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$$

où p désigne la proportion de ce caractère dans la population.

On a $n = 800$, $p = 1\%$ alors on sait que puisque :

$$\begin{cases} \checkmark & n = 800 \geq 30 \\ \checkmark & np = 800 \times 1\% = 8 \geq 5 \\ \checkmark & n(1-p) = 800 \times 99\% = 792 \geq 5 \end{cases}$$

Les conditions de validité sont réunies donc l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 95% pour la fréquence F_{800} est :

$$I_{800} = \left[p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\ ;\ p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,01 - 1,96\frac{\sqrt{0,01 \times 0,99}}{\sqrt{800}}\ ;\ 0,01 + 1,96\frac{\sqrt{0,01 \times 0,99}}{\sqrt{800}}\right]$$

soit

$$\boxed{I \approx [0,3\%\ ;\ 1,7\%]}$$

La fréquence observée n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation $\boxed{f = 1,875\% \notin I_{800}}$, donc on rejette l'hypothèse. **L'annonce de l'entreprise est rejetée au seuil de 95%.**
On applique en fait la propriété suivante :

Propriété 1

On considère une population dans laquelle **on suppose que la proportion d'un caractère est p**. On **observe f** comme fréquence de ce caractère dans un échantillon de taille n. Si I_n est l'intervalle de fluctuation de la fréquence à 95% dans les échantillons de tailles n, alors la **règle de décision** est la suivante :

- **si $f \in I_n$** : on considère que l'hypothèse selon laquelle la proportion est p dans la population n'est pas remise en cause et on l'**accepte** ;
- **si $f \notin I_n$** : on **rejette** l'hypothèse selon laquelle cette proportion vaut p.

Exercice 2. Vrai ou Faux — 4 points

Commun à tous les candidats

1. Proposition 1 : La proposition est fausse

> **Proposition 1** (Faux)
>
> Toute suite positive croissante tend vers $+\infty$.

Il suffit d'exhiber un contre exemple. Par exemple la suite (u_n) définie pour tout entier n non nul par :

$$u_n = 1 - \frac{1}{n}$$

- Cette suite est clairement **positive** puisque
$$\forall n \in \mathbb{N}^* \ ; \ \frac{1}{n} \leq 1$$
- De plus est est **croissante** puisque pour tout entier n non nul :
$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= 1 - \frac{1}{n+1} - \left(1 - \frac{1}{n}\right) \\ &= \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \\ &= \frac{1}{n(n+1)} > 0 \end{aligned}$$
- Or **cette suite tend vers 1 ce qui contredit la proposition 1**.

2. g est la fonction définie sur $]-0,5\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = 2x\ln(2x+1)$.

> **Proposition 2** (Faux)
>
> Sur $\left]-\frac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$, l'équation $g(x) = 2x$ a une unique solution : $\dfrac{\mathrm{e}-1}{2}$.

Pour tout réel x de l'intervalle $]-0,5\ ;\ +\infty[$

$$\begin{aligned} g(x) = 2x &\iff 2x\ln(2x+1) = 2x \\ &\iff 2x\ln(2x+1) - 2x = 0 \\ &\iff 2x\big(\ln(2x+1) - 1\big) = 0 \end{aligned}$$

Or cette équation admet aussi $\boldsymbol{x = 0 \in\,]-0,5\ ;\ +\infty[}$ **comme solution évidente ce qui contredit la proposition 2.**

> **Proposition 3** (Vraie)
>
> Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$ est : $1 + \ln 4$.

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$ est donné par $g'(0,5)$.
La fonction g est dérivable sur $]-0,5\ ;\ +\infty[$. On a en appliquant la formule de dérivation d'un produit :

$$\forall x \in\,]-0,5\ ;\ +\infty[\ ;\ g'(x) = (2x)'\ln(2x+1) + 2x\Big(\ln(2x+1)\Big)'$$
$$g'(x) = 2\ln(2x+1) + 2x \times \frac{2}{2x+1}$$

on a pour $x = 0,5$

$$g'(0,5) = 2\ln 2 + 1$$

soit

$$\boxed{g'(0,5) = \ln 4 + 1}$$

3. Proposition 4

Proposition 4 (Vraie)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
$\mathscr{P}$ et $\mathscr{R}$ sont les plans d'équations respectives : $2x + 3y - z - 11 = 0$ et $x + y + 5z - 11 = 0$.
Les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{R}$ se coupent perpendiculairement.

- Les vecteurs normaux respectivement aux plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{R}$ sont : $\boxed{\overrightarrow{n_{\mathscr{P}}}\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix} ; \overrightarrow{n_{\mathscr{R}}}\begin{pmatrix}1\\1\\5\end{pmatrix}}$;
- Les vecteurs normaux des deux plans sont orthogonaux puisque

$$\overrightarrow{n_{\mathscr{P}}} \cdot \overrightarrow{n_{\mathscr{R}}} = 2 + 3 - 5 = 0$$

donc **les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{R}$ sont perpendiculaires**.

Exercice 3. Candidats ayant suivi la spécialité 5 points

Candidats ayant suivi la spécialité

1. 1. a. Exprimer x_{n+1} en fonction de x_n, y_n et z_n.

- Un acheteur de la marque X le mois n, a le mois suivant : 50 % de chance de rester fidèle à cette marque, soit $P_{X_n}(X_{n+1}) = 0,5$;
- Un acheteur de la marque Y le mois n, a le mois suivant : 50 % de chance d'acheter la marque X, soit $P_{Y_n}(X_{n+1}) = 0,5$
- Un acheteur de la marque Z le mois n, a le mois suivant : 10 % de chance d'acheter la marque X, soit $P_{Z_n}(X_{n+1}) = 0,1$

De ce fait la **formule des probabilités totales** donne :

$$\begin{aligned} P(X_{n+1}) &= P_{X_n}(X_{n+1}) \times P(X_n) + P_{Y_n}(X_{n+1}) \times P(Y_n) + P_{Z_n}(X_{n+1}) \times P(Z_n) \\ &= 0,5 \times P(X_n) + 0,5 \times P(Y_n) + 0,1 \times P(Z_n) \end{aligned}$$

soit

$$\boxed{P(X_{n+1}) = x_{n+1} = 0,5x_n + 0,5y_n + 0,1z_n} \quad (1)$$

On admet que :

$$\boxed{y_{n+1} = 0,4x_n + 0,3y_n + 0,2z_n} \quad (2)$$

$$\boxed{z_{n+1} = 0,1x_n + 0,2y_n + 0,7z_n} \quad (3)$$

1. b. Exprimer z_n en fonction de x_n et y_n. En déduire l'expression de x_{n+1} et y_{n+1} en fonction de x_n et y_n.

- Les marques X, Y, Z se partagent la marché des petits pots et chaque mois, chaque parents utilise une et une seule de ces marques donc on peut écrire que :

  $$P(X_n) + P(Y_n) + P(Z_n) = 1$$

  donc

  $$\boxed{z_n = 1 - x_n - y_n}$$

- En remplaçant alors z_n par cette expression dans (1) et (2) on obtient :

$$x_{n+1} = 0,5x_n + 0,5y_n + 0,1z_n$$
$$x_{n+1} = 0,5x_n + 0,5y_n + 0,1(1 - x_n - y_n)$$
$$\boxed{x_{n+1} = 0,4x_n + 0,4y_n + 0,1}$$

$$y_{n+1} = 0,4x_n + 0,3y_n + 0,2z_n$$
$$y_{n+1} = 0,4x_n + 0,3y_n + 0,2(1 - x_n - y_n)$$
$$\boxed{y_{n+1} = 0,2x_n + 0,1y_n + 0,2}$$

2. On définit la suite (U_n) par $U_n = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ pour tout entier naturel n.

2. a. Donner les résultats affichés par cet algorithme pour $n = 1$ puis pour $n = 3$.

- Pour $n = 1$, l'algorithme affiche : $\boxed{U = \begin{pmatrix} 0,42 \\ 0,33 \end{pmatrix}}$;
- Pour $n = 3$, l'algorithme affiche : $\boxed{U = \begin{pmatrix} 0,3868 \\ 0,3117 \end{pmatrix}}$.

2. b. Quelle est la probabilité d'utiliser la marque X au mois d'avril ?

Au début de l'étude statistique (mois de janvier 2014 : $n = 0$), donc **en Avril, $n = 3$** et d'après la question précédente, la probabilité d'utiliser la marque X est

$$\boxed{x_3 = 0,3868 = 38,68\%}$$

3. On désigne par C une matrice colonne à deux lignes.

On note I la matrice $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ et N la matrice $I - A$.

3. a. Démontrer que $C = A \times C + B$ équivaut à $N \times C = B$.

$$\begin{aligned} C = A \times C + B &\iff C - A \times C = B \\ &\iff (I - A) \times C = B \end{aligned}$$

$$\boxed{C = A \times C + B \iff N \times C = B}$$

3. b. On admet que N est une matrice inversible et que $N^{-1} = \begin{pmatrix}\frac{45}{23} & \frac{20}{23}\\ \frac{10}{23} & \frac{30}{23}\end{pmatrix}$.

La matrice N étant inversible on a :

$$\begin{aligned} N \times C = B &\iff C = N^{-1} \times B \\ &\iff C = \begin{pmatrix}\frac{45}{23} & \frac{20}{23}\\ \frac{10}{23} & \frac{30}{23}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0,1\\ 0,2\end{pmatrix} \end{aligned}$$

Donc

$$\boxed{C = \begin{pmatrix}\frac{17}{46}\\ \frac{7}{23}\end{pmatrix}}$$

4. On note V_n la matrice telle que $V_n = U_n - C$ pour tout entier naturel n.

4. a. Montrer que, pour tout entier naturel n, $V_{n+1} = A \times V_n$.

Pour tout entier naturel n on a :

$$V_{n+1} = U_{n+1} - C \quad (4)$$

or $U_{n+1} = A \times U_n + B$ et $C = A \times C + B$ donc :

$$V_{n+1} = (A \times U_n + B) - (A \times C + B) \quad (5)$$
$$V_{n+1} = A \times U_n + B - A \times C - B \quad (6)$$
$$V_{n+1} = A \times U_n - A \times C \quad (7)$$
$$V_{n+1} = A \times (U_n - C) \quad (8)$$
$$(9)$$

Donc

$$\boxed{\forall n \in \mathbb{N}\,;\; V_{n+1} = A \times V_n}$$

4. b. On admet que $U_n = A^n \times (U_0 - C) + C$.

Quelles sont les probabilités d'utiliser les marques X, Y et Z au mois de mai ?

Les probabilités d'utiliser les marques X, Y au mois de mai, donc pour $n = 4$ sont données par :

$$\boxed{U_4 = \begin{pmatrix}x_4 = 0,3794\\ y_4 = 0,30853\end{pmatrix}}$$

On en déduit alors

$$\boxed{z_4 = 1 - x_4 - y_4 = 0,31207}$$

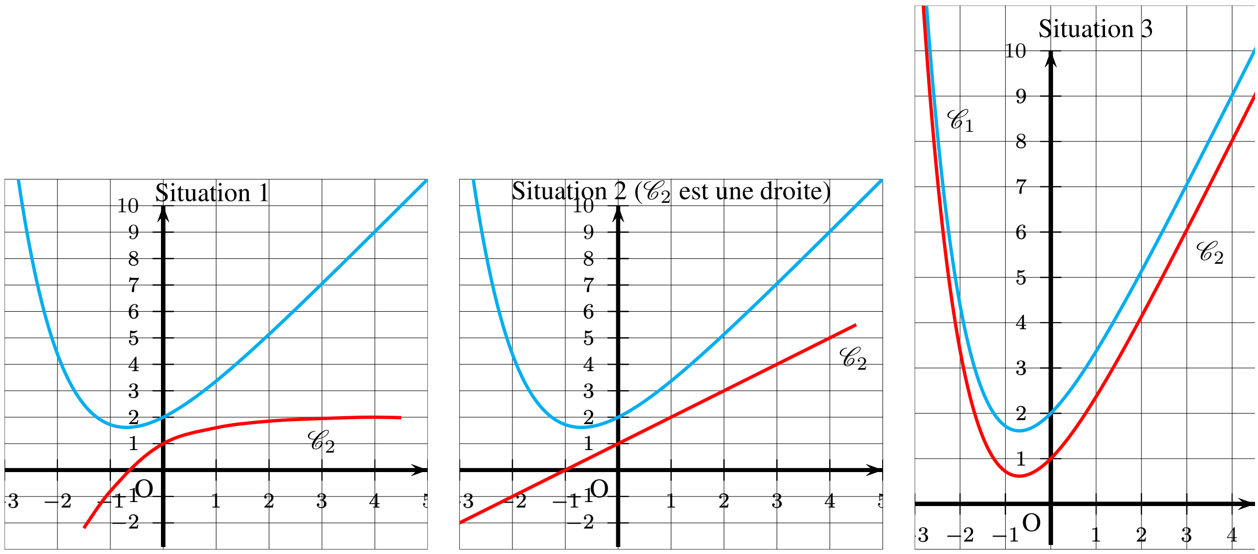
Exercice 4. Étude de fonctions — 7 points

Commun à tous les candidats

Partie A

Le point A de coordonnées (0 ; 2) appartient à la courbe $\mathscr{C}_1$ et le point B de coordonnées (0 ; 1) appartient à la courbe $\mathscr{C}_2$.

1. Dans les trois situations ci-dessous, on a dessiné la courbe représentative $\mathscr{C}_1$ de la fonction f. Sur l'une d'entre elles, la courbe $\mathscr{C}_2$ de la fonction dérivée f' est tracée convenablement. Laquelle ? Expliquer le choix effectué.



Il suffit d'étudier le signe de $f'(x)$ dans chacun des cas.

- **La situation 3 est impossible** car la fonction f, de courbe représentative $\mathscr{C}_1$, est visiblement décroissante puis croissante sur cet intervalle donc de dérivée négative puis positive. Or la courbe $\mathscr{C}_2$, supposée être celle de f', est celle d'une fonction strictement positive.
- **La situation 2 est impossible** car la courbe $\mathscr{C}_2$, supposée être celle de f', coupe l'axe des abscisse en $x = -1$ et donc $f'(-1) = 0$. Cela implique que la courbe représentative $\mathscr{C}_1$ présente une tangente horizontale en $x = -1$ ce qui n'est pas le cas.
- C'est donc la **situation 1 qui est correcte**.

2. L'équation réduite de la droite Δ tangente à la courbe $\mathscr{C}_1$ en $A\,(0\ ;\ 2)$ est donnée par :

$$\Delta : y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

- Or le point A de coordonnées (0 ; 2) appartient à la courbe $\mathscr{C}_1$ de f donc $f(0) = 2$;
- le point B de coordonnées (0 ; 1) appartient à la courbe $\mathscr{C}_2$ de f' donc $f'(0) = 1$;

donc

$$\boxed{\Delta : y = x + 2}$$

3. On sait que pour tout réel $x,\ f(x) = \mathrm{e}^{-x} + ax + b$ où a et b sont deux nombres réels.

3. a. Déterminons la valeur de b en utilisant les renseignements donnés par l'énoncé.

- Le point A de coordonnées (0 ; 2) appartient à la courbe $\mathscr{C}_1$ de f donc $f(0) = 2$;

$$f(0) = 2 \iff \mathrm{e}^0 + b = 2 \iff \boxed{b = 1}$$

et donc

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = \mathrm{e}^{-x} + ax + 1}$$

3. b. Prouvons que $a = 2$.

- D'après la question 3a), on a :
$$\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = \mathrm{e}^{-x} + ax + 1$$
- Or le point B de coordonnées $(0\,;\,1)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}_2$ de f' donc $f'(0) = 1$;
Pour tout réel x, la fonction f est dérivable et :
$$\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = -\mathrm{e}^{-x} + a$$
donc
$$f'(0) = 1 \iff -\mathrm{e}^{0} + a = 1 \iff \boxed{a = 2}$$
- Pour conclure :
$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = \mathrm{e}^{-x} + 2x + 1}$$

4. Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
Pour tout réel x, la fonction f est dérivable et :
$$\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = -\mathrm{e}^{-x} + 2$$

- De plus :
$$\forall x \in \mathbb{R}\,;\ f'(x) = 0 \iff -\mathrm{e}^{-x} + 2 = 0 \iff \mathrm{e}^{-x} = 2$$
soit
$$\forall x \in \mathbb{R}\,;\ \boxed{f'(x) = 0 \iff x = -\ln 2}$$
- Et
$$\begin{aligned}\forall x \in \mathbb{R}\,;\ f'(x) > 0 &\iff -\mathrm{e}^{-x} + 2 > 0\\ &\iff 2 > \mathrm{e}^{-x}\end{aligned}$$
La fonction $\ln$ étant croissante sur $]0\,;\,+\infty[$, on a par composition :
$$f'(x) > 0 \iff \ln 2 > -x$$
$$\forall x \in \mathbb{R}\,;\ \boxed{f'(x) > 0 \iff x > -\ln 2}$$
- En conséquence :
$$\left.\begin{array}{l} f'(x) > 0 \iff x > -\ln 2 \\ f'(x) = 0 \iff x = -\ln 2 \end{array}\right\} \implies f'(x) < 0 \iff x < -\ln 2$$
La fonction f **est donc croissante sur** $[-\ln 2\,;\,+\infty[$ **et décroissante sur** $]-\infty\,;\,-\ln 2]$.

5. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

$$\left.\begin{array}{l} \displaystyle\lim_{x\to+\infty} (2x+1) = +\infty \\ \displaystyle\lim_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{-x} = 0 \end{array}\right\} \underset{\text{par addition}}{\Longrightarrow} \lim_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{-x} + 2x + 1 = +\infty \text{ soit } \boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty}$$

x	$-\infty$		$-\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	$+\infty$	$\searrow$	$f(-\ln 2)$	$\nearrow$	$+\infty$

avec $f(-\ln 2) = 3 - 2\ln 2 \approx 1,6$

Partie B

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(x) - (x+2)$.

1. **1. a. Montrer que la fonction g admet 0 comme minimum sur $\mathbb{R}$.**

$$\begin{aligned}\forall x \in \mathbb{R}\ ;\ g(x) &= f(x) - (x+2)\\ &= \mathrm{e}^{-x} + 2x + 1 - (x+2)\\ g(x) &= \mathrm{e}^{-x} + x - 1\end{aligned}$$

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $g'(x) = f'(x) - 1 = -\mathrm{e}^{-x} + 1$.
On obtient facilement :

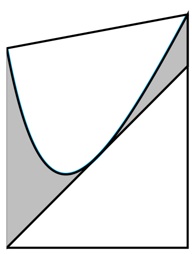
$$\left.\begin{aligned} g'(x) > 0 \iff x > 0\\ g'(x) = 0 \iff x = 0\end{aligned}\right\} \Longrightarrow \quad g'(x) < 0 \iff x < 0$$

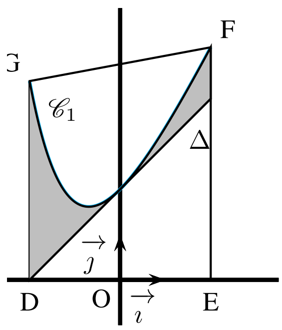
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de g		$\searrow$	$g(0) = 0$	$\nearrow$	

et donc **le minimum de g est atteint en 0 et vaut, $g(0) = 0$.**

1. b. En déduire la position de la courbe $\mathscr{C}_1$ par rapport à la droite Δ.

On a montré à la question 2 de la partie A que Δ : $y = x + 2$ donc la position relative de la courbe $\mathscr{C}_1$ par rapport à la droite Δ est donnée par le signe de $\boxed{g(x) = f(x) - (x+2) = \mathrm{e}^{-x} + x - 1}$.
Or $g(x)$ est toujours positif d'après la question précédente et nul en 0.
De ce fait, **la courbe $\mathscr{C}_1$ est toujours au-dessus de la droite Δ et les courbes ont un seul point d'intersection, le point A(0 ; 2)**.





2. **Calculer, en unités d'aire, l'aire de la partie du logo colorée en gris (on donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie à 10^{-2} du résultat).**

Puisque d'après la question précédente, la courbe $\mathscr{C}_1$ est toujours au-dessus de la droite Δ, l'expression $g(x) = f(x) - (x+2)$ est toujours positive
De ce fait, l'aire de la partie du logo colorée en gris, en unités d'aire, est donnée par :

$$\begin{aligned}\mathscr{A} = \int_{-2}^{2} g(x)\,\mathrm{d}x = \int_{-2}^{2} \left(\mathrm{e}^{-x} + x - 1\right)\mathrm{d}x &= \left[-\mathrm{e}^{-x} + \frac{x^2}{2} - x\right]_{-2}^{2}\\ &= \left(-\mathrm{e}^{-2} + \frac{2^2}{2} - 2\right) - \left(-\mathrm{e}^{2} + \frac{2^2}{2} + 2\right)\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{A} = \int_{-2}^{2} g(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^2 - \mathrm{e}^{-2} - 4 \approx 3,25\ \ u.a.}$$