Correction du Baccalauréat S Centres étrangers [1] 13 juin 2019

Exercice I — 4 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (Q. C. M.) qui envisage quatre situations relatives à une station de ski.

Les quatre questions sont indépendantes.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. Une étude statistique a établi qu'un client sur quatre pratique le surf.

   Si on note X le nombre de personnes pratiquant le surf, X suit la loi binomiale $\mathscr{B}\left(80\,;\,\dfrac{1}{4}\right)$, car on a répétition d'épreuves identiques indépendantes à deux issues.

   À la calculatrice, on trouve $\boxed{P(X=20)=\dbinom{80}{20}\times 0,25^{20}\times 0,75^{60}\approx \boxed{0,103}}$ (réponse d.)

2. L'épaisseur maximale d'une avalanche, exprimée en centimètre, peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 150$ cm et d'écart-type inconnu.

   On sait que $P(X \geqslant 200) = 0,025$.

   Par symétrie par rapport à la droite d'équation $x = 150$, on a $P(X \leqslant 100) = P(X \geqslant 200)$ donc $P(X \geqslant 100) = 1 - P(X \leqslant 100) = 1 - 0,025 = 0,975$

   Alors : $P(X \geqslant 100) \approx \boxed{0,975}$ (réponse d.)

3. Dans un couloir neigeux, on modélise l'intervalle de temps séparant deux avalanches successives, appelé temps d'occurrence d'une avalanche, exprimé en année, par une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle.

   On a établi qu'une avalanche se déclenche en moyenne tous les 5 ans.

   Ainsi $\text{E}(T) = 5$. Or $\text{E}(T) = \dfrac{1}{\lambda}$ si λ est le paramètre de cette loi. On en déduit $\lambda = \dfrac{1}{5}$

   Alors : $P(T \geqslant 5) = \text{e}^{-\lambda\times 5} = \boxed{\text{e}^{-1}}$ (réponse c.)

4. L'office de tourisme souhaite effectuer un sondage pour estimer la proportion de clients satisfaits des prestations offertes dans la station de ski.

   Pour cela, il utilise un intervalle de confiance de longueur 0,04 avec un niveau de confiance de 0,95.

   L'intervalle de confiance a pour longueur $\dfrac{2}{\sqrt{n}}$ si n est la taille de l'échantillon.

   On déduit de $\dfrac{2}{\sqrt{n}} = 0,04$, que $\sqrt{n} = \dfrac{2}{0,04} = \dfrac{200}{4} = 50$ donc $n = 50^2 = \boxed{2\,500}$

1. Pondichéry

Exercice II — 6 points

Commun à tous les candidats

Le but de cet exercice est d'étudier la suite (u_n) définie par la donnée de son premier terme u_1 et, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, par la relation :

$$u_{n+1} = (n+1)u_n - 1.$$

Partie A

1. Si $u_1 = 0$, on a $u_2 = 2u_1 - 1 = -1$ puis $u_3 = 3u_2 - 1 = -4$ et $u_4 = 4u_3 - 1 = -16 - 1 = -17$ donc $\boxed{u_4 = -17}$.
2. Complétons l'algorithme pour qu'en saisissant préalablement dans U une valeur de u_1 il calcule les termes de la suite (u_n) de u_2 à u_{13} :

```
Pour N allant de 1 à 12
        U ← (N+1) * U − 1
Fin Pour
```

3. On a exécuté cet algorithme pour $u_1 = 0,7$ puis pour $u_1 = 0,8$.

   Voici les valeurs obtenues.

Pour $u_1 = 0,7$	Pour $u_1 = 0,8$
0,4	0,6
0,2	0,8
−0,2	2,2
−2	10
−13	59
−92	412
−737	3 295
−6 634	29 654
−66 341	296 539
−729 752	3 261 928
−8 757 025	39 143 135
−113 841 326	508 860 754

So $u_1 = 0,7$, il semble que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$ et si $u_1 = 0,8$, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

Partie B

On considère la suite (I_n) définie pour tout entier naturel n, supérieur ou égal à 1, par :

$$I_n = \int_0^1 x^n \mathrm{e}^{1-x}\,\mathrm{d}x.$$

On rappelle que le nombre e est la valeur de la fonction exponentielle en 1, c'est-à-dire que $\mathrm{e} = \mathrm{e}^1$.

1. Soit F, définie sur l'intervalle $[0\,;\,1]$, par : $F(x) = (-1-x)\mathrm{e}^{1-x}$.

   F est dérivable (produit et composée de fonctions dérivables) et $F'(x) = -\mathrm{e}^{1-x} + (-1-x)\times\left(-\mathrm{e}^{1-x}\right) = x\mathrm{e}^{1-x} = f(x)$ donc $F' = f$:

   F est bien une primitive de f.
2. $I_1 = \displaystyle\int_0^1 x\mathrm{e}^{1-x}\,\mathrm{d}x = F(1) - F(0) = -2 + \mathrm{e} = \boxed{\mathrm{e}-2}$.

3. On admet que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, on a :

$$I_{n+1} = (n+1)I_n - 1.$$

On en déduit $I_2 = 2I_1 - 1 = 2(\mathrm{e}-2) - 1 = \boxed{2\mathrm{e}-5}$.

4. (a) Sur $[0\ ;\ 1]$, $1-x \leqslant 1$ donc, comme la fonction exponentielle est croissante, $\mathrm{e}^{1-x} \leqslant \mathrm{e}^1 = \mathrm{e}$ donc $0 < \mathrm{e}^{1-x} \leqslant \mathrm{e}$. (puisque la fonction exponentielle est positive)
En multipliant par x^n supérieur ou égal à 0 sur $[0\ ;\ 1]$, on en déduit : $\boxed{0 \leqslant x^n\mathrm{e}^{1-x} \leqslant x^n\mathrm{e}}$.

(b) $\displaystyle\int_0^1 x^n\mathrm{e}\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}\int_0^1 x^n$ (linéarité) $= \mathrm{e}\left[\dfrac{x^{n+1}}{n+1}\right]_0^1 = \boxed{\dfrac{\mathrm{e}}{n+1}}$.

(c) Par conservation de l'ordre :
Pour tout $x \in [0\ ;\ 1]$, $0 \leqslant x^n\mathrm{e}^{1-x} \leqslant x^n\mathrm{e}$, donc $\displaystyle\int_0^1 0\,\mathrm{d}x \leqslant \int_0^1 x^n\mathrm{e}^{1-x}\,\mathrm{d}x \leqslant \int_0^1 x^n\mathrm{e}\,\mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{e}}{n+1}$ donc $\boxed{0 \leqslant I_n \leqslant \dfrac{\mathrm{e}}{n+1}}$.

(d) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\left(\dfrac{\mathrm{e}}{n+1}\right) = 0$ donc, d'après le théorème des gendarmes, $\boxed{\displaystyle\lim_{n\to+\infty} I_n = 0}$.

Partie C

1. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, on a :

$$u_n = n!(u_1 - \mathrm{e} + 2) + I_n.$$

- **Initialisation** :
Pour $n = 1$, $1!(u_1 - \mathrm{e} + 2) + I_1 = (u_1 - \mathrm{e} + 2) + I_1 = u_1 - \mathrm{e} + 2 + \mathrm{e} - 2 = u_1$ donc la propriété est vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité** : on suppose que, pour un rang n quelconque, on a : $u_n = n!(u_1 - \mathrm{e} + 2) + I_n$.
Alors : $u_{n+1} = (n+1)u_n - 1 = (n+1)[n!(u_1 - \mathrm{e} + 2) + I_n] - 1$
$= (n+1)!(u_1 - \mathrm{e} + 2) + (n+1)I_n - 1 = (n+1)!(u_1 - \mathrm{e} + 2) + I_{n+1}$.
La propriété est donc **héréditaire**.

La propriété est vraie au rang 1 et si elle est vraie au rang n, elle est vraie au rang $n+1$: d'après l'axiome de récurrence, la propriété est vraie pour tout n.
On rappelle que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, on a :

$$u_{n+1} = (n+1)u_n - 1 \quad \text{et } I_{n+1} = (n+1)I_n - 1.$$

2. On admet que : $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} n! = +\infty$.

(a) Si $u_1 = 0,7$, alors $u_1 - \mathrm{e} + 2 < 0$ car $\mathrm{e} \approx 2,718$.
$\displaystyle\lim_{n\to+\infty} [(n+1)!(u_1 - \mathrm{e} + 2)] = -\infty$ car $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}(n+1)! = -\infty$ et $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} I_{n+1} = 0$ donc, par somme, $\boxed{\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n = -\infty}$.

(b) Cette fois, $u_1 = 0,8$ donc $u_1 - \mathrm{e} + 2 > 0$; on en déduit cette fois que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} [(n+1)!(u_1 - \mathrm{e} + 2)] = +\infty$ d'où $\boxed{\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty}$.

Exercice III 5 points

Commun à tous les candidats

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O\,;\,\vec{u}\,;\,\vec{v}\right)$.

Le but de cet exercice est de déterminer les nombres complexes z non nuls tels que les points d'affixes 1, z^2 et $\dfrac{1}{z}$ soient alignés.

Sur le graphique ci-dessous, le point A a pour affixe 1.

Partie A : étude d'exemples

1. Un premier exemple

   Dans cette question, on pose $z = \text{i}$.

   (a) $z = \text{i}$ donc $z^2 = \text{i}^2 = -1$ et $\dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{\text{i}} = -\text{i}$.

   (b) On place N_1 et P_1.

   On remarque que dans ce cas les points A, N_1 et P_1 ne sont pas alignés.

2. **Une équation**

   Résolvons dans l'ensemble des nombres complexes l'équation d'inconnue z : $z^2 + z + 1 = 0$:

   $\Delta = -3 < 0$ donc l'équation a deux solutions complexes conjuguées :

   $z_1 = \dfrac{-1 - \text{i}\sqrt{3}}{2}$ et $z_2 = \overline{z_1} = \dfrac{-1 + \text{i}\sqrt{3}}{2}$

3. Un deuxième exemple

   Dans cette question, on pose : $z = -\dfrac{1}{2} + \text{i}\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

   (a) On remarque que $z = -\dfrac{1}{2} + \text{i}\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \cos\dfrac{2\pi}{3} + \text{i}\sin\dfrac{2\pi}{3} = \text{e}^{\text{i}\frac{2\pi}{3}}$.

   Alors $z^2 = \text{e}^{\text{i}\frac{4\pi}{3}} = \text{e}^{-\text{i}\frac{2\pi}{3}}$ et $\dfrac{1}{z} = \text{e}^{-\text{i}\frac{2\pi}{3}}$.

   (b) Plaçons les points N_2 d'affixe z^2 et P_2, d'affixe $\dfrac{1}{z}$ sur le graphique donné en annexe.

   On remarque que $N_2 = P_2$. On remarque que dans, ce cas les points A, N_2 et P_2 sont alignés. (en effet, $N_2 = P_2$)

Partie B

Soit z un nombre complexe non nul.

On note N le point d'affixe z^2 et P le point d'affixe $\dfrac{1}{z}$.

1. Pour tout $z \neq 0$, $z^2 - \dfrac{1}{z} = z^2 + z + 1 - z - 1 - \dfrac{1}{z} = z^2 + z + 1 - \left(z + 1 + \dfrac{1}{z}\right) = z^2 + z + 1 - \dfrac{1}{z}\left(z^2 + z + 1\right) = \boxed{\left(z^2 + z + 1\right)\left(1 - \dfrac{1}{z}\right)}$.

2. Pour $z \neq 0$, on a : $\overrightarrow{PN}$ a pour affixe $\left(z^2 - \dfrac{1}{z}\right)$ et $\overrightarrow{PA}$ a pour affixe $\left(1 - \dfrac{1}{z}\right)$.

   $\overrightarrow{PN}$ est colinéaire à $\overrightarrow{PA} \iff \exists k \in \mathbb{R},\ z^2 - \dfrac{1}{z} = k\left(1 - \dfrac{1}{z}\right)$ soit d'après le résultat précédent :

$\iff \left(z^2+z+1\right)\left(1-\dfrac{1}{z}\right)=k\left(1-\dfrac{1}{z}\right)$

$\iff \left(z^2+z+1-k\right)\left(1-\dfrac{1}{z}\right)=0$

$\iff z^2+z+1-k=0$ ou $1-\dfrac{1}{z}=0$

$\iff z^2+z+1=k$ ou $z=1$.

Or, si $z=1$, $z^2+z+1=3\in\mathbb{R}$. Donc dans les deux cas $z^2+z+1\in\mathbb{R}$.

On a donc montré que N et P définis ci-dessus sont alignés si et seulement si z^2+z+1 est un réel.

3. On pose $z=x+\mathrm{i}y$, où x et y désignent des nombres réels.

   $z^2+z+1=(x+\mathrm{i}y)^2+x=\mathrm{i}y+1=x^2-y^2+2\mathrm{i}xy+x+\mathrm{i}y+1=\boxed{x^2+y^2+x+1+\mathrm{i}(2xy+y)}$.

4. (a) A, N et P soient alignés si, et seulement si, $z^2+z+1\in\mathbb{R}$.

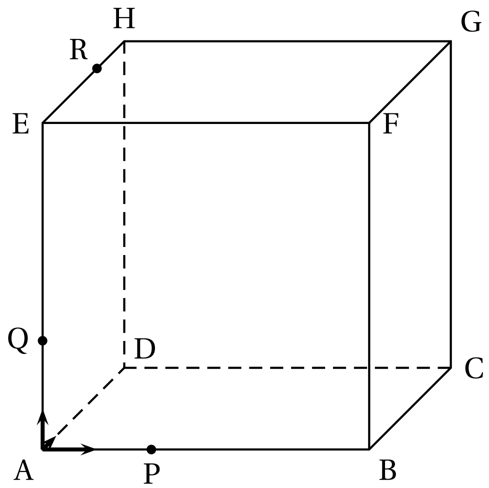
   Or : $z^2+z+1\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 2xy+y=0\Leftrightarrow y(2x+1)=0\Leftrightarrow \boxed{y=0 \text{ ou } x=-\dfrac{1}{2}}$.

   Les solutions appartiennent donc aux droites d'équations $\boxed{y=0}$ et $\boxed{x=-\dfrac{1}{2}}$.

   (b) z doit être non nul, donc l'ensemble cherché est l'axe des réels privé de l'origine et la droite d'équation $x=-\dfrac{1}{2}$.

Exercice IV **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité



Dans l'espace, on considère un cube ABCDEFGH de centre Ω et d'arête de longueur 6.
Les points P, Q et R sont définis par :

$$\overrightarrow{\text{AP}} = \frac{1}{3}\overrightarrow{\text{AB}},\ \overrightarrow{\text{AQ}} = \frac{1}{3}\overrightarrow{\text{AE}} \text{ et } \overrightarrow{\text{HR}} = \frac{1}{3}\overrightarrow{\text{HE}}.$$

Dans tout ce qui suit on utilise le repère orthonormé $\left(\text{A} ; \vec{\imath}, \vec{\imath}, \vec{k}\right)$ avec :

$$\vec{\imath} = \frac{1}{6}\overrightarrow{\text{AB}},\ \vec{\jmath} = \frac{1}{6}\overrightarrow{\text{AD}} \text{ et } \vec{k} = \frac{1}{6}\overrightarrow{\text{AE}}.$$

Dans ce repère, on a par exemple :

$$\text{B}(6\,;\,0\,;\,0), \text{F}(6\,;\,0\,;\,6) \text{ et } \text{R}(0\,;\,4\,;\,6).$$

1. (a) On a $P(2\,;\,0\,;\,0)$; $Q(0\,;\,0\,;\,2)$ et $\Omega\,(3\,;\,3\,;\,3)$.

   (b) $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix}-2\\0\\2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{PR}\begin{pmatrix}-2\\4\\6\end{pmatrix}$.

   $\vec{n}$ est normal au plan (PQR) si, et seulement si, il est orthogonal aux deux vecteurs non colinéaires $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{PR}$.
   On doit avoir $\vec{n}.\overrightarrow{PQ} = 0$ et $\vec{n}.\overrightarrow{PR} = 0$ donc :
   $$\begin{cases}-2+2c=0\\-2+4b+6c=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}c=1\\b=-1\end{cases}.$$

   Les coordonnées du vecteur $\vec{n}$ sont $\boxed{\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}}$

   (c) Une équation du plan (PQR) est : $1\,(x-x_P)-1\,(y-y_P)+1\,(z-z_P)=0 \Leftrightarrow x-2-y=z=0 \Leftrightarrow \boxed{x-y+z-2=0}$.

2. (a) On note Δ la droite perpendiculaire au plan (PQR) passant par le point Ω, centre du cube.
   Un vecteur directeur de Δ est donc $\vec{n}$.

   Une représentation paramétrique de Δ est donc $\boxed{\begin{cases}x=3+t\\y=3-t \quad ,\ t\in\mathbb{R}\\z=3+t\end{cases}}$.

   (b) Les coordonnées du point d'intersection I de Δ et du plan (PQR) vérifient la représentation paramétrique et l'équation cartésienne du plan.
   On doit donc avoir :
   $$\begin{cases}x=3+t\\y=3-t\\z=3+t\\x-y+z-2=0\end{cases}.$$
   On en déduit : $(3+t)-(3-t)+(3+t)-2=0 \Leftrightarrow 3t+1=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{3}$.

On calcule alors les valeurs de x, y et z.

Les coordonnées de I sont $\mathrm{I}\left(3-\dfrac{1}{3}\ ;\ 3+\dfrac{1}{3}3-\dfrac{1}{3}\right)$ donc $\boxed{\mathrm{I}\left(\dfrac{8}{3}\ ;\ \dfrac{10}{3}\ ;\ \dfrac{8}{3}\right)}$.

(c) Avec $\Omega(3\ ;\ 3\ ;\ 3)$, on a

$\Omega\mathrm{I}^2=\left(3-\dfrac{8}{3}\right)^2+\left(3-\dfrac{10}{3}\right)^2+\left(3-\dfrac{8}{3}\right)^2=\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{9}=\dfrac{3}{9}$, d'où $\Omega\mathrm{I}=\sqrt{\dfrac{3}{9}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

3. On considère les points J(6; 4; 0) et K(6; 6; 2).

(a) $x_J-y_J+z_J-2=6-4+0-2=0$ donc $\boxed{J\in(PQR)}$.

(b) $\overrightarrow{JK}\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{QR}\begin{pmatrix}O\\4\\4\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{QR}=2\overrightarrow{JK}$; ces deux vecteurs sont colinéaires donc les droites (JK) et (QR) sont parallèles.

(c) Sur la figure donnée en annexe, tracer la section du cube par le plan (PQR).

On laissera apparents les traits de construction, ou bien on expliquera la démarche.

Exercice 4 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Le but de cet exercice est d'envisager plusieurs décompositions arithmétiques du nombre 40.

Partie A :

Les questions 1., 2. *et* 3. *sont indépendantes*

1. On a $40=17+23$, somme de deux nombres premiers. (On a aussi $40=3+37=11+29$.)
2. On considère l'équation $20x+19y=40$, où x et y désignent deux, entiers relatifs.

   On a : $20\times(-17)+19\times20=40$.

   L'équation s'écrit : $20x+19y=20\times(-17)+19\times20 \Leftrightarrow 20(17+x)=19(20-y)$.

   20 divise $20(17-x)$; 19 et 20 sont premiers entre eux. D'après le théorème de Gauss, 20 divise $20-y$ donc $20-y=20n$, $n\in\mathbb{Z}$, donc $y=20-20n$.

   Alors $20(17+x)=19\times20n$, d'où $17+x=19n$ donc $x=19n-17$, $n\in\mathbb{Z}$.

   Réciproquement avec k entier relatif on a

   $20(19k-17)+19(20-20k)=380k-340+380-380k=40$.

   Conclusion : $\boxed{\mathscr{S}=\{(19n-17\ ;\ 20-20n),\ n\in\mathbb{Z}\}}$.
3. Le nombre 40 est une somme de deux carrés puisque : $40=2^2+6^2$. On veut savoir si 40, est aussi différence de deux carrés, autrement dit s'intéresser à l'équation $x^2-y^2=40$, où x et y désignent deux entiers naturels.

   (a) $\boxed{40=2^3\times5}$. (décomposition en produit de facteurs premiers)

   (b) $x+y=(x-y)+2y$ donc si $x-y$ est pair, $x+y$ aussi et si $x-y$ est impair, $2y$ est pair donc $x+y$ est impair.

   Dans tous les cas $x+y$ et $x-y$ ont la même parité.

(c) $x^2 - y^2 = 40 \Leftrightarrow (x-y)(x+y) = 2^3 \times 5$.

Or $40 = 1 \times 40 = 2 \times 20 = 4 \times 10 = 5 \times 8$.

Le premier cas et le dernier sont impossibles pour des raisons de parité. On ne peut donc avoir pour la somme et la différence que 2 et 20 (ou inversement) et 4 et 10 (ou inversement).

$\left\{\begin{array}{lll} x+y & = & 2 \\ x-y & = & 20 \end{array}\right. \Rightarrow 2x = 22 \iff x = 11$ puis $y = -9$;

$\left\{\begin{array}{lll} x+y & = & 20 \\ x-y & = & 2 \end{array}\right. \Rightarrow 2x = 22 \iff x = 11$ puis $y = 9$;

$\left\{\begin{array}{lll} x+y & = & 4 \\ x-y & = & 10 \end{array}\right. \Rightarrow 2x = 14 \iff x = 7$ puis $y = -3$;

$\left\{\begin{array}{lll} x+y & = & 10 \\ x-y & = & 4 \end{array}\right. \Rightarrow 2x = 14 \iff x = 7$ puis $y = 3$.

Les couples solutions sont donc : $(11~;~-9)$; $(11~;~9)$; $(7~;~-3)$; $(7~;~3)$.

Mais les deux termes du couple doivent être des naturels donc les seuls couples solutions sont $(11;9)$ et $(7;3)$.

Partie B : « sommes » de cubes

Les questions 1. *et* 2. *sont indépendantes.*

Certains nombres entiers peuvent se décomposer en somme ou différence de cubes d'entiers naturels.
Par exemple :

$$13 = 4^3 + 7^3 + 7^3 - 9^3 - 2^3$$

$$13 = -1^3 - 1^3 - 1^3 + 2^3 + 2^3$$

$$13 = 1^3 + 7^3 + 10^3 - 11^3$$

Dans tout ce qui suit, on écrira pour simplifier « sommes » de cubes à la place de « sommes ou différence de cubes d'entiers naturels ».

Les deux premiers exemples montrent que 13 peut se décomposer en « somme » de 5 cubes. Le troisième exemple montre que 13 peut se décomposer en « somme » de 4 cubes.

1. (a) $40 = 13 + 27$ donc $\boxed{40 = 1^3 + 7^3 + 10^3 - 11^3 + 3^3}$.

   (b) On admet que pour tout entier naturel n on a :

$$6n = (n+1)^3 + (n-1)^3 - n^3 - n^3$$

   On a $48 = 6 \times 8 = 6n$ avec $n = 8$, donc $\boxed{48 = 9^3 + 7^3 - 8^3 - 8^3}$

2. Le nombre 40 est une « somme » de 4 cubes : $40 = 4^3 - 2^3 - 2^3 - 2^3$.

   On veut savoir si 40 peut être décomposé en « somme »de 3 cubes.

   (a) Recopier et compléter sans justifier :

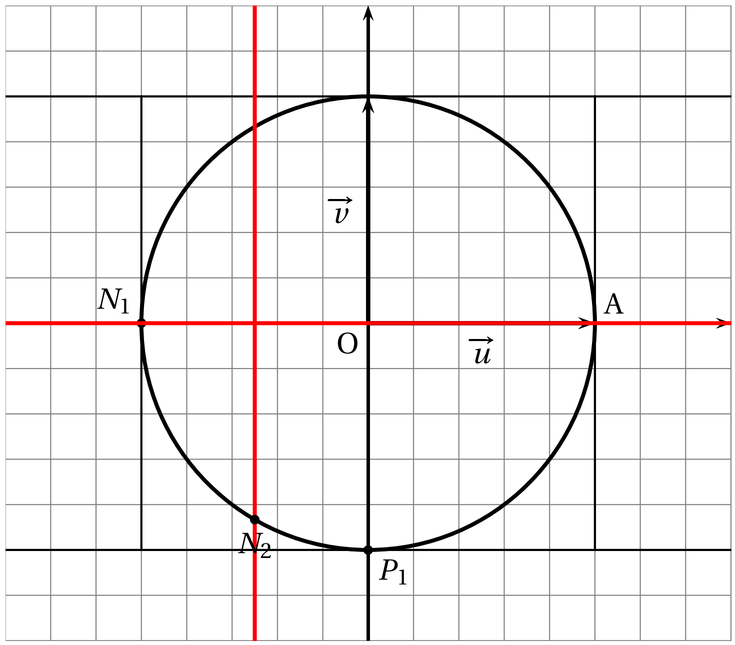
Reste de la division euclidienne de n par 9	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Reste de la division euclidienne de n^3 par 9	0	1	8	0	1	8	0	1	8

(b) On déduit du tableau précédent que, pour tout entier naturel n, l'entier naturel n^3 est congru modulo 9 soit à 0, soit à 1, soit à -1.

$40 \equiv 4\ [9]$; 4 ne peut pas être obtenu comme somme de trois nombres égaux soit à 1, à 0 ou -1, donc 40 ne peut être la somme de trois cubes.

Annexe (à rendre avec la copie)

Exercice 3



Exercice 4

- On place le point J(6 ; 4 ; 0).
- On trace la parallèle à la droite (QR) passant par J. Elle coupe la droite (GC) en K.
- On trace la parallèle à la droite (PJ) passant par R. Elle coupe la droite (HG) en S.