APPLICATIONS AFFINES PLANES

NOMS éléments caractéristiques [conditions] *notations et définitions*	**Équations cartésiennes** **dans le repère** $(O;\vec i,\vec j)$. $M(x,y)$ et $M'(x',y')$	**Cas particuliers** **propriétés** **réciproque** **composées**	**Points invariants (PI)** **Image d'une droite (ID)** **Image d'un cercle (IC)**
TRANSLATION de vecteur le vecteur $\vec u$: $M' = t_{\vec u}(M)$ ssi $\overrightarrow{MM'} = \vec u$	Si $\vec u(a,b)$, alors $\begin{cases} x' = x+a \\ y' = y+b \end{cases}$	Si $\vec u = \vec 0$, c'est l'identité. Conserve les distances et les angles orientés (isométrie positive). Bijective. Réciproque : $t_{\vec u}^{-1} = t_{-\vec u}$ Composée : $t_{\vec v}\circ t_{\vec u} = t_{\vec v+\vec u} = t_{\vec u}\circ t_{\vec v}$	PI : Si $\vec u = \vec 0$, le plan entier sinon, aucun. ID : droite parallèle. IC : cercle même rayon, centre image centre.
PROJECTION d'axe la droite (*D*) et de direction celle de la droite (*d*) [non parallèle à (*D*)] : La parallèle à (*d*) passant par *M* coupe (*D*) en $M' = p_{(D),(d)}(M)$	Si $(D) = (O;\vec i)$ et $(d) = (O;\vec j)$, alors $\begin{cases} x' = x \\ y' = 0 \end{cases}$	Si (*D*) et (*d*) perpendiculaires, elle est dite **orthogonale** Non bijective. La projection *p* vérifie : *p* o *p* = *p* (idempotente).	PI : (*D*). ID : (*D*) si la droite est non parallèle à (*d*), un point. Sinon IC : segment, de longueur diamètre cercle.
SYMÉTRIE CENTRALE de centre le point Ω : $M' = s_\Omega(M)$ ssi Ω est le milieu de [*MM'*]. ou encore $\overrightarrow{\Omega M'} = -\overrightarrow{\Omega M}$	Si $\Omega(x_0,y_0)$, alors $\begin{cases} x' = 2x_0 - x \\ y' = 2y_0 - y \end{cases}$	Conserve les distances et les angles orientés. Bijective. Réciproque : elle-même (involutive). Composées : $s_B\circ s_A = t_{2\overrightarrow{AB}}$ Cas particulier d'homothétie et de rotation.	PI : Ω. ID : droite parallèle. IC : cercle même rayon, centre image centre.
SYMÉTRIE AXIALE d'axe la droite (*D*) et de direction celle de la droite (*d*) [non parallèle à (*D*)] : Si M_0 est le projeté de *M* sur (*D*) de direction celle de (*d*), $M' = s_{(D),(d)}(M)$ est le symétrieétrique de *M* par rapport à M_0.	Si $(D) = (O;\vec i)$ et $(d) = (O;\vec j)$, alors $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$	Si (*D*) et (*d*) perpendiculaires, elle est dite symétrie axiale **orthogonale** ; c'est une **réflexion**. Ne conserve les distances que si elle est orthogonale. Bijective. Réciproque : elle-même (involutive) Le milieu de [*MM'*] est sur (*D*).	PI : (*D*). ID : droite. si la droite est parallèle à (*D*), l'image aussi, sinon, droite et image se coupent sur (*D*).] IC : n'est un cercle que si réflexion.
RÉFLEXION d'axe la droite (*D*) : Si *M* est sur (*D*), *M'* = *s*(*M*) = *M* ; sinon, (*D*) est la médiatrice de [*MM'*]. Cas particulier de symétrie axiale, où (*D*) et (*d*) sont perpendiculaires.	Si $(D) = (O;\vec u)$ et $\vec u(\cos\alpha,\sin\alpha)$, alors $\begin{cases} x' = (\cos 2\alpha)x + (\sin 2\alpha)y \\ y' = (\sin 2\alpha)x - (\cos 2\alpha)y \end{cases}$	Possède les propriétés de la symétrie axiale. Conserve les distances. Transforme angles orientés en opposés (isométrie négative) Composée de deux réflexions = translation si axes parallèles, rotation de centre *O* si axes sécants en *O*.	PI et ID : voir symétrie axiale IC : cercle même rayon, centre image centre.
HOMOTHÉTIE de centre le point Ω et de rapport le réel *k* [non nul] : $M' = h_{\Omega,k}(M)$ ssi $\overrightarrow{\Omega M'} = k\overrightarrow{\Omega M}$	Si $\Omega(x_0,y_0)$, alors $\begin{cases} x' = k(x-x_0)+x_0 \\ y' = k(y-y_0)+y_0 \end{cases}$	Si *k* = 1, c'est l'identité. Si *k* = –1, symétrie de centre Ω. Bijective. Réciproque : $h_{\Omega,k}^{-1} = h_{\Omega,\frac{1}{k}}$. Conserve les proportions. Multiplie les longueurs par $\lvert k\rvert$ et les aires par k^2. Composées : $h_{\Omega,k'}\circ h_{\Omega,k} = h_{\Omega,k'k} = h_{\Omega,k}\circ h_{\Omega,k'}$	PI : plan entier si *k* = 1, sinon Ω. ID : droite parallèle. IC : cercle de rayon $\lvert k\rvert$ fois celui du cercle initial et de centre l'image du centre.
ROTATION de centre le point Ω et d'angle le réel θ : $M' = r_{\Omega,\theta}(M)$ ssi $\Omega M' = \Omega M$ et, si $M \neq \Omega$, $(\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'}) = \theta\,[\mathrm{mod}\,2\pi]$	Si Ω = *O*, alors $\begin{cases} x' = (\cos\theta)x - (\sin\theta)y \\ y' = (\sin\theta)x + (\cos\theta)y \end{cases}$ Cas général : si $\Omega(x_0,y_0)$, remplacer *x* par $x - x_0$, *x'* par $x' - x_0$, etc.	Si θ = 0 modulo 2π, c'est l'identité. Si θ = π modulo 2π, symétrie de centre Ω. Conserve les distances et les angles orientés. Bijective. Réciproque : $r_{\Omega,\theta}^{-1} = r_{\Omega,-\theta}$. Composées : $r_{\Omega,\theta'}\circ r_{\Omega,\theta} = r_{\Omega,\theta'+\theta} = r_{\Omega,\theta}\circ r_{\Omega,\theta'}$	PI : plan entier si θ = 0 modulo 2π, Ω sinon ID : droite. IC : cercle même rayon, centre image centre.