

CALCUL LITTÉRAL

I) Introduction

a) Définition

- On appelle « calcul littéral » un calcul que l'on effectue avec des nombres que l'on ne connaît pas mais qui sont représentés par des lettres, en opposition avec le « calcul numérique ».
- Ces lettres représentent des variables, puisqu'elles varient selon les valeurs données.
- Les lettres utilisées pour les variables sont en général des minuscules. Une expression globale est souvent nommée par une majuscule.

b) Valeur numérique d'une expression

littérale selon les valeurs des variables

Exemple : Soit $X = -2a + 4b - ab$

On veut calculer X avec $a = 5$ et $b = -3$

On a alors : $X = -2 \times 5 + 4 \times (-3) - 5 \times (-3)$

- Attention ! Lorsqu'on remplace les lettres par des nombres, il faut utiliser le signe « $\times$ » éventuellement supprimés, et mettre les nombres négatifs entre parenthèses s'ils suivent un autre signe.
- On a donc : $X = -10 - 12 + 15$ donc $X = -7$

II) Formules de transformation

a) Développement : parenthèses, + et $\times$

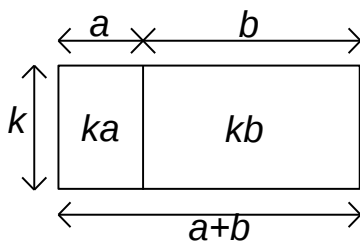
Formule :

$$k(a + b) = ka + kb$$

c'est-à-dire : $k \times (a + b) = (k \times a) + (k \times b)$

Interprétation

géométrique, lorsque a , b et k sont positifs : Si a , b et k sont les longueurs des côtés des rectangles de cette figure, on peut calculer l'aire totale de deux façons.



- On dit ainsi que « la multiplication est distributive par rapport à l'addition ».
- On a la même formule avec la soustraction :

$$k(a - b) = ka - kb.$$

- Lorsqu'on transforme $k(a + b)$ en $ka + kb$, on appelle cela un développement

(orthographe : un l et deux p)

- Lorsqu'on transforme $ka + kb$ en $k(a + b)$, on appelle cela une factorisation parce que k s'appelle un facteur commun à ka et kb .

- $k(a + b)$ est la forme factorisée
- $ka + kb$ est la forme développée.

b) Un cas particulier très important : $k = 1$ ou $k = -1$

Suppression des parenthèses

précédées d'un signe + ou d'un signe -

- On peut supprimer les parenthèses précédées :

d'un signe + en conservant
les signes de la somme
intérieure.

d'un signe - en changeant
les signes
de la somme intérieure.

Traductions

$$a + (b + c) = a + b + c$$

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a + (b - c) = a + b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

$$a + (-b + c) = a - b + c$$

$$a - (-b + c) = a + b - c$$

$$a + (-b - c) = a - b - c$$

$$a - (-b - c) = a + b + c$$

c) Double utilisation de la formule

- Si, dans l'expression $k \times (c + d)$, le nombre k est lui-même une somme $a + b$, on peut développer :

$$(a + b) \times (c + d), \text{ noté aussi } (a + b)(c + d)$$

- On peut, comme précédemment, interpréter géométriquement ce produit de sommes lorsque les variables sont positives :

	a	b
c	ac	bc
d	ad	bd

- L'aire du grand rectangle vaut : $(a + b)(c + d)$, mais aussi par la somme des aires des quatre petits rectangles. Ainsi, on a :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

- Les quatre termes de droite ont été écrits dans un ordre permettant de se souvenir de la méthode. En effet :

$(a + b) \times (c + d)$	positions dans $a + b$ et $c + d$	termes obtenus
$\begin{array}{ c } \hline \\ \hline \end{array}$	1 et 1	$a \times c$
$\begin{array}{ c } \hline \\ \hline \end{array}$	1 et 2	$a \times d$
$\begin{array}{ c } \hline \\ \hline \end{array}$	2 et 1	$b \times c$
$\begin{array}{ c } \hline \\ \hline \end{array}$	2 et 2	$b \times d$

- La règle des signes s'applique ici comme ailleurs ; par exemple :

$$(a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$$

- Lorsqu'on peut regrouper des termes de même type, après développement et suppression de parenthèses, on appelle cela une réduction.

Exemple : Réduire $X = (2a + 4)(5 - a)$.

$$X = \underline{10a} - 2a^2 + 20 - \underline{4a} = -2a^2 + \underline{6a} + 20$$

$$\text{Donc } X = -2a^2 + 6a + 20.$$