ORDRE, INÉQUATIONS ET VALEURS APPROCHÉES

I) Comparaison de deux nombres

a) Définition et symboles

- On peut toujours <u>*comparer*</u> deux nombres a et b, c'est-à-dire les classer en ordre croissant.
- Trois cas sont envisageables :

soit a est le plus grand	$a > b$	« a est <u>*strictement supérieur à*</u> b »
soit a est le plus petit	$a < b$	« a est <u>*strictement inférieur à*</u> b »
soit a et b sont égaux	$a = b$	« a est <u>*égal*</u> à b »

- On peut regrouper certains cas :

$a > b$ ou $a = b$	$a \geq b$	« a est <u>*supérieur ou égal à*</u> b »
$a < b$ ou $a = b$	$a \leq b$	« a est <u>*inférieur ou égal à*</u> b »

b) Remarques

- $a > b$, $a < b$, $a \geq b$ et $a \leq b$ s'appellent des <u>*inégalités.*</u> On parle d'inégalités <u>*strictes*</u> pour > et <, d'inégalités <u>*larges*</u> pour $\geq$ et $\leq$.
- Les propriétés que l'on verra pour > sont identiques pour < puisque $a < b$ est synonyme de $b > a$: il suffit de permuter a et b.
- De même celles pour > (et pour <) sont le plus souvent aussi applicables à $\geq$ (et à $\leq$).

> « *Comparer deux nombres, c'est chercher le signe de leur différence* »
> $a > b$ lorsque $a - b > 0$ et $a < b$ lorsque $a - b < 0$.

II) Opérations sur les inégalités

a) Addition

- « *L'ordre de deux nombres est conservé si on leur ajoute le même nombre* ».

> Si $a < b$, alors $a + c < b + c$

b) Multiplication

- « *L'ordre de deux nombres est conservé si on les multiplie par un nombre <u>strictement positif</u>* ».
- « *L'ordre est inversé si on les multiplie par un nombre <u>strictement négatif</u>* ».

> Si $a < b$ et $c > 0$, alors $a \times c < b \times c$.
> Si $a < b$ et $c < 0$, alors $a \times c > b \times c$.
> *(Ce dernier cas sera étudié en Troisième)*

c) Soustraction, division

- On a les mêmes propriétés que précédemment puisque soustraire c, c'est ajouter $-c$, et diviser par c, c'est multiplier par $1/c$.

d) Résolution d'une inéquation

- On cherche les valeurs de x telles que :

$5x - 2 < 3x + 4$	Inéquation de départ
$5x - 2 - 3x < 3x + 4 - 3x$	On soustrait $3x$ dans les deux membres
$2x - 2 < 4$	On réduit
$2x - 2 + 2 < 4 + 2$	On ajoute 2 dans les deux membres
$2x < 6$	On réduit
$x < 3$	On divise par 2 en gardant le sens de l'inégalité car $2 > 0$

Les valeurs de x vérifiant $5x - 2 < 3x + 4$ sont les nombres strictement inférieurs à 3.

III) Encadrement, valeurs approchées

a) Définitions

- Un <u>*encadrement*</u> est composé de deux inégalités dans le même sens. Par exemple :

$2 < x < 4$	$-5{,}1 \leq a < 2{,}7$	$8 > b > 3$

- Une <u>*valeur approchée*</u> d'un nombre x est un <u>nombre proche de x</u>. On précise de combien **au maximum** on est éloigné de x. En Physique, quand on fait des mesures, on veut savoir l'<u>*erreur*</u> maximale que l'on a pu commettre.

b) Valeur approchée par excès, par défaut

- On utilise pour cela un encadrement :
  On mesure une longueur L en mètres, et on obtient : $2{,}71 < L < 2{,}72$
  alors l'encadrement a une <u>*amplitude*</u> qui vaut
  $2{,}72 - 2{,}71 = 0{,}01$, donc un centième.
- 2,71 : <u>*valeur approchée au centième par défaut*</u>
- 2,72 : <u>*valeur approchée au centième par excès*</u>
- 2,71 est aussi la <u>*troncature à deux décimales*</u>

c) Arrondi

- Si on a $2{,}705 \leq L < 2{,}715$, le nombre 2,71 s'appelle l'<u>*arrondi*</u> de L à deux décimales.

> **Méthode** : Pour déterminer l'arrondi, par exemple à deux décimales, on regarde sa 3e décimale :
> - si c'est **0, 1, 2, 3 ou 4**, c'est la valeur approchée au centième **par défaut**.
> - si c'est **5, 6, 7, 8 ou 9**, c'est la valeur approchée au centième **par excès**.

d) Exemple : Soit $L = 2{,}7182$

Approximations	par défaut (troncature)	par excès	par arrondi
au dixième, à 10^{-1} près, à une décimale	2,7	2,8	2,7
au centième, à 10^{-2} près, à deux décimales	2,71	2,72	2,72
au millième, à 10^{-3} près, à trois décimales	2,718	2,719	2,718