PROPORTIONNALITÉ

I) Proportionnalité

- La notion de proportionnalité a été présntée jusqu'alors par un _tableau de proportionnalité_ :

	5	10
$\times 3$	15	30

- Ce tableau traduit aussi la proportionnalité en colonne.

$\times 2$	
5	10
15	30

- Ces deux tableaux indiquent donc que l'on a :

$$\frac{15}{5} = \frac{30}{10} = 3 \text{ et } \frac{10}{5} = \frac{30}{15} = 2$$

- Désormais, la recherche d'un des quatre nombres d'une proportionnalité connaissant les trois autres se présentera par une égalité de deux écritures fractionnaires : on dit qu'on recherche la « _quatrième proportionnelle_ ».
- Notons x la valeur cherchée (appelée _inconnue_).

x	5
24	8

deviendra :

(remarquer la ressemblance des écritures)

$$\boxed{\frac{x}{24} = \frac{5}{8}}$$

- Comme on l'a vu précédemment, on peut réduire au même dénominateur, ($\frac{x}{24} = \frac{5\times 3}{8\times 3}$) puis d'égaler alors les numérateurs pour obtenir :

$$x = 5 \times 3 = 15.$$

- On aura l'occasion plus tard de revenir sur ces égalités dans lesquelles on cherche un nombre : on les appelle des _équations_.

II) Utilisations

a) Pourcentages

Rappel : L'égalité $\boxed{\frac{k\times a}{k\times b} = \frac{a}{b}}$ permet de transformer une écriture fractionnaire pour avoir le dénominateur (non nul !) que l'on veut.

On peut choisir le dénominateur 100.

- Ainsi $\frac{3}{8} = \frac{37{,}5}{100}$.
- L'écriture « 37,5 sur 100 », appelée aussi « 37,5 pour 100 », se note encore 37,5 %.
- C'est un _pourcentage_ (« *pour* 100–*tage* »).

b) Pourcentage de hausse et de baisse

- Si un prix (par exemple 20 €) a augmenté de 5 %, cela signifie que l'on ajoute à ce prix cinq centièmes de 20, c'est-à-dire 5 / 100 × 20, ou encore 0,05 × 20.

  Le nouveau prix est : 20 + 0,05 × 20 = 21 €.
- Si un prix (par exemple 30 €) a diminué de 8 %, on retire à ce prix huit centièmes de 30, c'est-à-dire 8 / 100 × 30, ou encore 0,08 × 30.
  Le nouveau prix est : 30 − 0,08 × 30 = 27,6 €.
- Si on veut calculer le pourcentage de hausse d'un prix qui est passé par exemple de 40 € à 50 €, il faut calculer ce que représente l'augmentation (ici 50 – 40 = 10 €) par rapport au prix <u>initial</u> (40 €).
  Le pourcentage de hausse est 10 / 40 × 100 = 25.
  Le prix a donc subi une hausse de 25 %.

c) TVA, prix HT, prix TTC

- Le prix de base d'un objet du commerce s'appelle le <u>prix « hors taxe »</u> (*HT*).
- Les taxes, prélevées par l'État, sont calculées selon un pourcentage de la somme payée. Elles sont basées sur un <u>taux de *TVA*</u> (Taxe sur la Valeur Ajoutée), qui est actuellement de 19,6 % sur la plupart des objets vendus.
- Le <u>prix « toutes taxes comprises »</u> (*TTC*) est donc calculée en ajoutant au prix *HT* (noté *P*), la <u>*TVA*</u> égale à 0,196 × *P*.
- Le prix *TTC* est donc *P* + 0,196 × *P*.
- On verra que ce prix *TTC* est égal à 1,196 × *P*.

d) Distance, vitesse et temps

- La vitesse d'un mobile, exprimée en kilomètres par heure (km/h), est le quotient de la distance parcourue, exprimée en kilomètres (km), par la durée (le temps) mise à la parcourir, exprimée en heures (h).
- Si l'on connaît deux de ces trois valeurs, on peut trouver la troisième grâce à la formule suivante, écrite de trois façons différentes :

$v = \frac{d}{t}$	$d = v \times t$	$t = \frac{d}{v}$

e) Représentation graphique d'une relation de proportionnalité

- On peut traduire une relation de proportionnalité, par exemple du type $d = v \times t$, grâce à un repère dans lequel on place t en _abscisse_, et d en _ordonnée_. Les points de _coordonnées_ (t ; d) sont **alignés, sur une droite qui passe par l'origine**.

Exercice : Considérons les points suivants :

O(0 ; 0), *A*(2 ; 3), *B*(3 ; 4,5), *C*(5 ; 7,5) et *D*(6 ; 9).

Vérifier, en dessinant ces points, qu'ils sont alignés sur une **droite passant par *O***.

L'_équation_ de cette droite, qui est la relation entre l'abscisse x et l'ordonnée y que vérifient tous ces points, est ici :

$\boxed{}$.