

THÉORÈME DE PYTHAGORE (DANS UN TRIANGLE RECTANGLE)

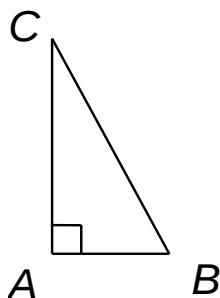
I) Triangle rectangle

a) Définition

- On dit qu'un triangle est rectangle lorsque l'un de ses trois angles est un **angle droit**.

b) Vocabulaire

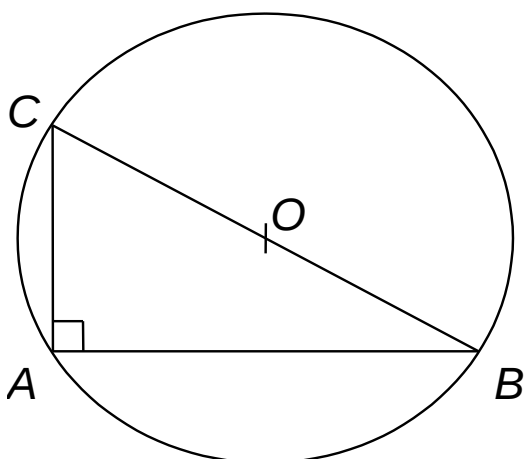
- Le côté opposé à (ou de) l'angle droit s'appelle l'hypoténuse du triangle. C'est toujours le plus grand des trois côtés.
- Un triangle a donc trois façons d'être rectangle selon la position de l'angle droit.
- Dans le dessin ci-contre, (ABC) est rectangle en A. L'hypoténuse est ainsi le segment $[BC]$. Les segments $[AB]$ et $[AC]$ sont les côtés de l'angle droit.



c) Une propriété caractéristique :

- Une propriété est dite caractéristique pour un objet lorsque l'objet vérifie cette propriété mais aussi est le seul à la vérifier. On emploie alors l'expression « *si et seulement si* » :

Un triangle est rectangle
si et seulement si
l'un de ses côtés est un des diamètres
de son cercle circonscrit
(le centre du cercle est donc le milieu du côté)
On dit alors qu'un triangle rectangle est
« inscrit dans un demi-cercle. »



- L'expression « *si et seulement si* » signifie que la propriété est valable « dans les deux sens », c'est-à-dire :

« si le triangle est rectangle,
alors il est inscrit dans un demi-cercle »
et
« si le triangle est inscrit dans un demi-cercle,
alors il est rectangle »

II) Théorème de Pythagore

(Pythagore de Samos, Grec, v. 570 – v. 490 av. J.-C.)

a) Autre propriété caractéristique

Un triangle est rectangle si et seulement si le carré de la longueur de l'un de ses côtés est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Précision : Le triangle (ABC) est rectangle en A si et seulement si le carré de la longueur de $[BC]$, qui est ici l'hypoténuse, est égal à la somme des carrés des (longueurs des) deux autres côtés $[AB]$ et $[AC]$, c'est-à-dire :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

b) Réciproque (admise)

- Si les longueurs des côtés de (ABC) vérifient :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$	alors le triangle (ABC) est rectangle	en A
$AC^2 = BA^2 + BC^2$		en B
$AB^2 = CA^2 + CB^2$		en C

- L'hypoténuse éventuelle est obligatoirement le côté le plus long.

III) Racine carrée d'un nombre positif

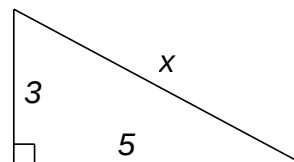
a) Approche sur un exemple

- Considérons un triangle rectangle dont les longueurs des côtés de l'angle droit sont 3 et 5.

- La longueur x de l'hypoténuse vérifie donc :

$$x^2 = 3^2 + 5^2, \text{ c'est-à-dire : } x^2 = 34$$

- Nous cherchons donc le nombre (positif) dont le carré vaut 34.



b) Propriété et définition

- En Algèbre, la « règle des signes » nous permet d'affirmer que le carré d'un nombre est toujours positif, puisqu'il est le produit de deux nombres de même signe.
- Mais de plus, tout nombre positif a est le carré d'un nombre positif. Ce dernier s'appelle la racine carrée de a et se note $\sqrt{a}$.

- Le symbole $\sqrt{\quad}$ ressemble à un r minuscule tel qu'il est écrit dans certains langages.
- Dans le cas de l'exemple précédent, la valeur exacte de x est donc $\sqrt{34}$.
- La calculatrice permet de calculer une valeur approchée de ce nombre : on tape $\sqrt{\quad}$ 34 et elle affiche : 5.830951895
- Donc $\sqrt{34} \approx 5,83$ (ne pas oublier d'utiliser la virgule décimale sur la feuille).