APPLICATIONS AFFINES PLANES

NOMS éléments caractéristiques [conditions] *notations et définitions*	**Équations cartésiennes** **dans le repère** $(O;\vec{i},\vec{j})$. $M(x,y)$ et $M'(x',y')$	**Cas particuliers** **propriétés** **réciproque** **composées**	**Points invariants (PI)** **Image d'une droite (ID)** **Image d'un cercle (IC)**
TRANSLATION de vecteur le vecteur $\vec{u}$: $M'=t_{\vec{u}}(M)$ ssi $\overrightarrow{MM'}=\vec{u}$	Si $\vec{u}(a,b)$, alors $\begin{cases} x'=x+a \\ y'=y+b \end{cases}$	Si $\vec{u}=\vec{0}$, c'est l'identité. Conserve les distances et les angles orientés (isométrie positive). Bijective. Réciproque : $t_{\vec{u}}^{-1}=t_{-\vec{u}}$ Composée : $t_{\vec{v}}\circ t_{\vec{u}}=t_{\vec{v}+\vec{u}}=t_{\vec{u}}\circ t_{\vec{v}}$	PI : Si $\vec{u}=\vec{0}$, le plan entier sinon, aucun. ID : droite parallèle. IC : cercle même rayon, centre image centre.
PROJECTION d'axe la droite (*D*) et de direction celle de la droite (*d*) [non parallèle à (*D*)] : La parallèle à (*d*) passant par *M* coupe (*D*) en $M'=p_{(D),(d)}(M)$	Si $(D)=(O;\vec{i})$ et $(d)=(O;\vec{j})$, alors $\begin{cases} x'=x \\ y'=0 \end{cases}$	Si (*D*) et (*d*) perpendiculaires, elle est dite **orthogonale** Non bijective. La projection *p* vérifie : $p \circ p = p$ (idempotente).	PI : (*D*). ID : (*D*) si la droite est non parallèle à (*d*), un point. Sinon IC : segment, de longueur diamètre cercle.
SYMÉTRIE CENTRALE de centre le point Ω : $M'=s_{\Omega}(M)$ ssi Ω est le milieu de [*MM'*]. ou encore $\overrightarrow{\Omega M'}=-\overrightarrow{\Omega M}$	Si $\Omega(x_0,y_0)$, alors $\begin{cases} x'=2x_0-x \\ y'=2y_0-y \end{cases}$	Conserve les distances et les angles orientés. Bijective. Réciproque : elle-même (involutive). Composées : $s_B\circ s_A=t_{2\overrightarrow{AB}}$ Cas particulier d'homothétie et de rotation.	PI : Ω. ID : droite parallèle. IC : cercle même rayon, centre image centre.
SYMÉTRIE AXIALE d'axe la droite (*D*) et de direction celle de la droite (*d*) [non parallèle à (*D*)] : Si M_0 est le projeté de *M* sur (*D*) de direction celle de (*d*), $M'=s_{(D),(d)}(M)$ est le symétrieétrique de *M* par rapport à M_0.	Si $(D)=(O;\vec{i})$ et $(d)=(O;\vec{j})$, alors $\begin{cases} x'=x \\ y'=-y \end{cases}$	Si (*D*) et (*d*) perpendiculaires, elle est dite symétrie axiale **orthogonale** ; c'est une **réflexion**. Ne conserve les distances que si elle est orthogonale. Bijective. Réciproque : elle-même (involutive) Le milieu de [*MM'*] est sur (*D*).	PI : (*D*). ID : droite. si la droite est parallèle à (*D*), l'image aussi, sinon, droite et image se coupent sur (*D*).] IC : n'est un cercle que si réflexion.
RÉFLEXION d'axe la droite (*D*) : Si *M* est sur (*D*), *M'* = *s*(*M*) = *M* ; sinon, (*D*) est la médiatrice de [*MM'*]. Cas particulier de symétrie axiale, où (*D*) et (*d*) sont perpendiculaires.	Si $(D)=(O;\vec{u})$ et $\vec{u}(\cos\alpha,\sin\alpha)$, alors $\begin{cases} x'=(\cos 2\alpha)x+(\sin 2\alpha)y \\ y'=(\sin 2\alpha)x-(\cos 2\alpha)y \end{cases}$	Possède les propriétés de la symétrie axiale. Conserve les distances. Transforme angles orientés en opposés (isométrie négative) Composée de deux réflexions = translation si axes parallèles, rotation de centre *O* si axes sécants en *O*.	PI et ID : voir symétrie axiale IC : cercle même rayon, centre image centre.
HOMOTHÉTIE de centre le point Ω et de rapport le réel *k* [non nul] : $M'=h_{\Omega,k}(M)$ ssi $\overrightarrow{\Omega M'}=k\,\overrightarrow{\Omega M}$	Si $\Omega(x_0,y_0)$, alors $\begin{cases} x'=k(x-x_0)+x_0 \\ y'=k(y-y_0)+y_0 \end{cases}$	Si $k=1$, c'est l'identité. Si $k=-1$, symétrie de centre Ω. Bijective. Réciproque : $h_{\Omega,k}^{-1}=h_{\Omega,\frac{1}{k}}$. Conserve les proportions. Multiplie les longueurs par $\lvert k\rvert$ et les aires par k^2. Composées : $h_{\Omega,k'}\circ h_{\Omega,k}=h_{\Omega,k'k}=h_{\Omega,k}\circ h_{\Omega,k'}$	PI : plan entier si $k=1$, sinon Ω. ID : droite parallèle. IC : cercle de rayon $\lvert k\rvert$ fois celui du cercle initial et de centre l'image du centre.
ROTATION de centre le point Ω et d'angle le réel θ : $M'=r_{\Omega,\theta}(M)$ ssi $\Omega M'=\Omega M$ et, si $M\neq\Omega$, $\left(\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'}\right)=\theta\ [\mathrm{mod}\ 2\pi]$	Si Ω = *O*, alors $\begin{cases} x'=(\cos\theta)x-(\sin\theta)y \\ y'=(\sin\theta)x+(\cos\theta)y \end{cases}$ Cas général : si $\Omega(x_0,y_0)$, remplacer *x* par $x-x_0$, *x'* par $x'-x_0$, etc.	Si θ = 0 modulo 2π, c'est l'identité. Si θ = π modulo 2π, symétrie de centre Ω. Conserve les distances et les angles orientés. Bijective. Réciproque : $r_{\Omega,\theta}^{-1}=r_{\Omega,-\theta}$. Composées : $r_{\Omega,\theta'}\circ r_{\Omega,\theta}=r_{\Omega,\theta'+\theta}=r_{\Omega,\theta}\circ r_{\Omega,\theta'}$	PI : plan entier si θ = 0 modulo 2π, Ω sinon ID : droite. IC : cercle même rayon, centre image centre.